

# PROGRAMA DEL CURSO ESPECIALIZADO DE TOPOLOGÍA ALGEBRAICA

NOÉ BÁRCENAS Y CHRISTIAN HIDBER

## 1. TEMARIO

La asignatura tiene como objetivo dar herramientas especializadas de topología algebraica adecuadas a las necesidades de estudiantes avanzados de maestría y doctorado interesados en topología y geometría en un sentido amplio. El curso comprende cuatro bloques temáticos. La asignatura comenzará el martes 6 de marzo. En el caso de alumnos inscritos, la calificación se compondrá de llevar a cabo satisfactoriamente la serie de charlas de la cual el alumno asuma su responsabilidad.

- Teoría de Obstrucción. El objetivo es establecer dos de los problemas básicos de la teoría de obstrucción. Se recomienda : dar una introducción a cohomología y productos , ver la clase correspondiente en [Bá], cubrir las secciones 7.1 a 7.6 del libro [DK01]. y finalizar mostrando ejemplos de tres parejas como se proponen en el ejercicio 119 de la página 174 de ahí mismo. Fechas: 6, y 8 de marzo. Responsable: Jaime Calles (Doctorado).
- Sucesiones Espectrales.
  - (I) La sucesión espectral de Serre. Se recomienda seguir la sección 2 de [HKN] hasta la página 21. Al menos deben de calcularse  $H^*(\Omega S^3)$ , y los tres primeros grupos de homotopía estables de las esferas determinados ahí. Otra alternativa bibliográfica es [Ram] o el proyecto de libro de Allen Hatcher al respecto. Fechas: 13, 15 y 20 de marzo. Responsable: Anayeli Tomás (Maestría).
  - (II) La sucesión espectral de un complejo filtrado y el teorema de convergencia. Fechas: 22 de marzo y 3 de abril. Responsables: Noé Bárcenas y Christian Hidber.
  - (III) Taller de problemas y discusión de contexto. Fecha: 5 de abril. Responsables: Noé Bárcenas y Christian Hidber.
- Teoría  $K$  topológica.
  - (I) Introducción general. Se dará una introducción general a la Teoría  $K$  topológica. Fecha: 10 de abril. Responsable: Noé Bárcenas.
  - (II) Teoría  $K$  real y el teorema de índice. Esta sesión tiene como objetivo dar una introducción detallada a la Teoría  $K$  real ( $KO$ -teoría). Se recomiendan 4 charlas, basadas en [LM89], ( cap I y II, especialmente seccion 7 y la seccion 16 del captulo III.) y en el clásico [ABS64]. 1. Álgebras de clifford y fenómenos de periodicidad. 2. Operadores de dirac. 3. Establecimiento de la aplicacin de índice compleja topológica en el sentido de Atiyah-Singer [AS68], [Bb].

4. Establecimiento de la aplicación de índice en  $KO$ -teoría. La clase debe terminar exhibiendo una superficie compleja con género  $\hat{A}$  no trivial y ejemplos de las consecuencias de las formulas cohomologicas del índice desde el punto de vista de la topología algebraica. Fechas: 12, 17, 19, y 24 de abril. Responsable: Ángel David Ríos (Maestría).
- (III) Aspectos Computacionales de teoría  $K$  real. El objetivo de este segmento es establecer la sucesión espectral de Atiyah-Hirzebruch para Teoría  $K$  real, introducir operaciones de steenrod y mostrar en el ejemplo del cálculo de [Fuj67]. Fechas: 26 de abril, 3 de mayo. Responsable: Juan Pedro de Loera Serna (Maestría).
- Topología estocástica. El objetivo del bloque será dar una introducción al uso de métodos probabilísticos en topología. Se recomienda seguir [Kah14], [Kah09]. Fechas: 8, 17 y 22 de mayo. Responsable: Ricardo Chávez Cáliz.

## REFERENCIAS

- [ABS64] M. F. Atiyah, R. Bott, and A. Shapiro. Clifford modules. *Topology*, 3(suppl. 1):3–38, 1964.
- [AS68] M. F. Atiyah and I. M. Singer. The index of elliptic operators. I. *Ann. of Math. (2)*, 87:484–530, 1968.
- [Bá] N. Bárcenas. Clases características. Notas Manuscritas.
- [Bb] N. Bárcenas. Index theory. notas manuscritas. Disponibles en: <http://algebraictopology.eventos.cimat.mx/node/738>.
- [DK01] James F. Davis and Paul Kirk. *Lecture notes in algebraic topology*, volume 35 of *Graduate Studies in Mathematics*. American Mathematical Society, Providence, RI, 2001.
- [Fuj67] Michikazu Fujii.  $K_O$ -groups of projective spaces. *Osaka J. Math.*, 4:141–149, 1967.
- [HKN] F. Hebestreit, A. Krause, and T. Nikolaus. Spectral sequences. Notas de un Curso en junio de 2017 en la Universidad de Bonn, disponibles en <http://www.math.uni-bonn.de/people/fhebestr/ATII/Vorlesung>
- [Kah09] Matthew Kahle. Topology of random clique complexes. *Discrete Math.*, 309(6):1658–1671, 2009.
- [Kah14] Matthew Kahle. Topology of random simplicial complexes: a survey. In *Algebraic topology: applications and new directions*, volume 620 of *Contemp. Math.*, pages 201–221. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2014.
- [LM89] H. Blaine Lawson, Jr. and Marie-Louise Michelsohn. *Spin geometry*, volume 38 of *Princeton Mathematical Series*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1989.
- [Ram] Antonio Díaz Ramos. Spectral sequences via examples. Arxiv:1702.00666.  
*URL:* <http://www.matmor.unam.mx/~barcen>  
*E-mail address:* [barcen@matmor.unam.mx](mailto:barcen@matmor.unam.mx)