

## Primer examen parcial de Matemáticas IV (30 de agosto de nov. de 2018)

Contesta 4 de las siguientes 6 preguntas.

1. Considera el siguiente sistema de 2 ecuaciones con tres incógnitas  
 $2x + 2y = 2, x + z = 1.$ 
  - (i) Determina todas las soluciones del sistema a partir de un dibujo donde muestres el conjunto de las soluciones de la primera ecuación junto con el conjunto de las soluciones de la segunda ecuación.
  - (ii) Escribe todas las soluciones del sistema usando el método de eliminación.
2. Considera el espacio  $P_3$  de polinomios de una variable real y con grado menor o igual a 3.
  - (i) Verifica que es un espacio vectorial.
  - (ii) Da dos bases distintas y di cuál es la dimensión del espacio  $P_3$ . Justifica tu respuesta.

3. Para las siguientes matrices reales o complejas determina si tienen inversa o no la tienen

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 14 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} (1 \ 0 \ 0 \ 0) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} (0 \ 0 \ 2 \ 0) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} (0 \ 0 \ 0 \ 2)$$

4. Para cada una de las siguientes proposiciones sobre espacios vectoriales reales determina si es falsa o verdadera. Justifica tu respuesta.
  - (4.1) El subconjunto de  $\mathbb{R}^2$  que cumple  $x_1^2 + x_2^2 = 9$  es un subespacio vectorial de  $\mathbb{R}^2$ .
  - (4.2) El subconjunto de  $\mathbb{R}^2$  consistente de los puntos que tienen coordenadas racionales (es decir aquellos elementos que cumplen  $x_1 \in \mathbb{Q}$  y  $x_2 \in \mathbb{Q}$ ) es un subespacio vectorial de  $\mathbb{R}^2$ .
  - (4.3) El espacio de soluciones del sistema ecuaciones  $3x_1 + 5x_4 = 0, x_1 - x_2 + 10x_3 = 0$  es un subespacio vectorial de  $\mathbb{R}^4$ .
  - (4.4) El subconjunto del espacio  $P_2$  de polinomios de una variable real y con grado menor o igual a 2 tales que  $f(5) = 0$  es un subespacio vectorial de  $P_2$ .
  - (4.5) El subconjunto del espacio  $P_2$  de polinomios de una variable real y con grado menor o igual a 2 tales que  $f(5) = 1$  es un subespacio vectorial de  $P_2$ .
5. Considera dos subespacios vectoriales  $U_1, U_2 \subset V$  de un espacio vectorial  $V$ .
  - (5.1) Demuestra que su intersección  $U_1 \cap U_2$  también es un subespacio vectorial de  $V$ .
  - (5.2) Da un ejemplo en el que  $U_1 \cup U_2$  no sea un subespacio vectorial de  $V$ .
6. Escribe la lista de comandos que le darías a Mathematica para resolver el sistema de ecuaciones  $2x + y - 3z = 7.1, 5x - 4y + z = -19.1, x - y - 4.2z = 4$ . Di lo que hace cada comando y explica cómo es que el procedimiento te lleva a la solución del sistema. ¿Cómo podrías decir si la solución es única?