

Tercer examen parcial de Matemáticas IV (3 de noviembre de 2017)

Determina si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas y justifica tu respuesta.

1. La suma de dos soluciones de una ecuación diferencial lineal homogénea de primer orden (como por ejemplo $\dot{y} = 0$) es una nueva solución, pero esto no es cierto en el caso de soluciones de una ecuación diferencial lineal homogénea de orden mayor (como por ejemplo $\ddot{y} = 0$).
2. En el caso genérico podemos esperar encontrar una solución única a una ecuación diferencial de tercer orden si además de la ecuación diferencial se especifican el valor inicial de la variable $y(t_0) = y_0$ y el valor inicial de la primera derivada $\dot{y}(t_0) = \dot{y}_0$.
3.
 - La derivada de una función exponencial (como $c_1 e^{c_2 t}$) es otra función exponencial.
 - La derivada de una función polinomial de grado n (como $a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n$) es otra función polinomial del mismo grado.
4.
 - La siguiente ecuación diferencial es lineal: $3y\dot{y} + y = 0$
 - La siguiente ecuación diferencial es lineal: $e^t \dot{y} + 7\dot{y} - 5 = 0$
 - La siguiente ecuación diferencial es lineal: $(D^3 + 2D + 7)y = \cos(t)$

Contesta por lo menos 5 de las siguientes 9 preguntas.

1. Un objeto de masa m cae desde una gran altura. Considerando la fuerza de gravedad y una fuerza de resistencia del aire proporcional a la velocidad, ¿cuál será su velocidad terminal?
2. Usando el procedimiento de reducción a una ecuación lineal, encuentra la solución de la ecuación de Bernoulli $\dot{y} - (1/t)y = -3ty^2$.
3. Encuentra una solución de de la ecuación $dy/dt = ty^2$ que además satisfaga $y(0) = 1$.
4. Encuentra el factor integrante para la ecuación $3t^2 y dt + (y^4 - t^3) dy = 0$.
5. Encuentra la solución general de la ecuación $\ddot{y} - y = 1$.
6. Encuentra la solución general de la ecuación $\ddot{y} - 5\dot{y} + 6y = 2t + 3$.
7. Encuentra la solución general de la ecuación $(D^5 + D^4 - D^3 - 3D^2 + 2)y = 0$.
8. Encuentra la solución general de la ecuación $(D^2 - 2D + 5)y = te^t \sin 2t$.
9. Indique el procedimiento en Mathematica para resolver la siguiente ecuación diferencial con condiciones iniciales y graficar su solución en el intervalo $[-1, 1]$.

$$\ddot{y} + y = e^x \cos(x), \quad y(0) = -1, \dot{y}(0) = 1$$