Escuela de Verano de Matemáticas 2019

Salvador García

NUEVAS MEDIDAS EXTERIORES SOBRE LOS NUMEROS REALES

Una *selección de dos puntos* en un conjunto infinito es una función $f : [X]^2 \to X$ tal que $f(F) \in F$ para cada $F \in [X]^2 := \{E \subseteq X : |E| = 2\}$. Si $f : [X]^2 \to X$ es una selección de dos puntos y $x, y \in \mathbf{R}$, entonces definimos $x <_f y$ si $f(\{x, y\}) = x$ y $x \leq_f y$ si $x = y$ o $x <_f y$. Dada una selección de dos puntos f en el conjunto X y $x, y \in X$, definimos $(x, y]_f = \{z \in X : x <_f z \leq fy\}$. Si $f : [\mathbf{R}]^2 \to \mathbf{R}$ es una selección de dos puntos y $A \subseteq \mathbf{R}$, definimos

$$\lambda_f^*(A) := \inf \left\{ \sum_{n \in \mathbf{N}} |b_n - a_n| \ : \ A \subseteq \bigcup_{n \in \mathbf{N}} (a_n, b_n]_f \right\}$$

si existe una cubierta numerable de f-intervalos semiabiertos de A y si no existe tal cubierta definimos $\lambda_f^*(A) = +\infty$. Esta función $\lambda_f^* : \mathcal{P}(\mathbf{R}) \longrightarrow [0, +\infty]$ es una medida exterior sobre los números reales $\mathbf{R}$ la cual generaliza a la medida exterior de Lebesgue. En esta plática daremos propiedades interesantes de estas nuevas medidas exteriores.