

Sobre la elección de observables en teorías poliméricas con constricciones

Tatjana Vukasinac

FIC, UMSNH

Mexi-Lazos 2012

Índice de la presentación:

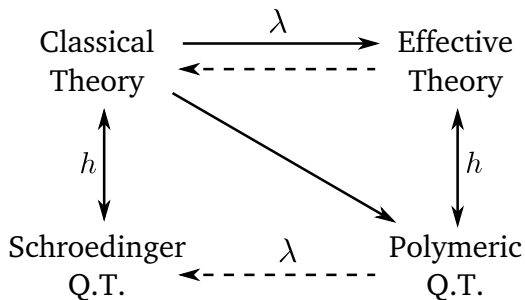
1 Formulación del problema

- Construcción de teorías efectivas
- Observables de Dirac

2 Observables en $k = 0$ FRW y teorías efectivas

- $k = 0$ FRW y teorías efectivas
- Elección del parámetro de evolución
- Observables de Dirac

Relación entre las teorías



Índice de la presentación:

1 Formulación del problema

- Construcción de teorías efectivas
- Observables de Dirac

2 Observables en $k = 0$ FRW y teorías efectivas

- $k = 0$ FRW y teorías efectivas
- Elección del parámetro de evolución
- Observables de Dirac

Construcción de teorías efectivas

- Consideramos una teoría clásica finita con una restricción, \mathcal{C} , tal que su dinámica está generada por la restricción.

$$\mathcal{C}(q_i, p_i) \approx 0. \quad (1)$$

Construcción de teorías efectivas

- Consideramos una teoría clásica finita con una restricción, \mathcal{C} , tal que su dinámica está generada por la restricción.

$$\mathcal{C}(q_i, p_i) \approx 0. \quad (1)$$

- Caso especial

$$\mathcal{C}(q_i, p_i) \equiv \tilde{\mathcal{C}}(q_1, \dots, q_{n-1}, p_1, \dots, p_{n-1}) + \alpha(p_n)^k \approx 0, \quad (2)$$

α es arbitrario y $k > 0$. En este caso p_n es una observable de Dirac y q_n se puede ver como parámetro de evolución.

Construcción de teorías efectivas

- Consideramos una teoría clásica finita con una restricción, \mathcal{C} , tal que su dinámica está generada por la restricción.

$$\mathcal{C}(q_i, p_i) \approx 0. \quad (1)$$

- Caso especial

$$\mathcal{C}(q_i, p_i) \equiv \tilde{\mathcal{C}}(q_1, \dots, q_{n-1}, p_1, \dots, p_{n-1}) + \alpha(p_n)^k \approx 0, \quad (2)$$

α es arbitrario y $k > 0$. En este caso p_n es una observable de Dirac y q_n se puede ver como parámetro de evolución.

- ¿Cómo se contruyen las teorías efectivas?

Construcción de teorías efectivas

- Consideramos una teoría clásica finita con una restricción, \mathcal{C} , tal que su dinámica está generada por la restricción.

$$\mathcal{C}(q_i, p_i) \approx 0. \quad (1)$$

- Caso especial

$$\mathcal{C}(q_i, p_i) \equiv \tilde{\mathcal{C}}(q_1, \dots, q_{n-1}, p_1, \dots, p_{n-1}) + \alpha(p_n)^k \approx 0, \quad (2)$$

α es arbitrario y $k > 0$. En este caso p_n es una observable de Dirac y q_n se puede ver como parámetro de evolución.

- ¿Cómo se contruyen las teorías efectivas?
- En teoría polimérica cuántica no existe el operador \hat{p} , pero el operador de Weyl que corresponde a traslaciones finitas está bien definido, $V(\mu)\psi(q) = \psi(q + \mu)$.

Polimerización en teoría cuántica

- El operador de derivada se puede aproximar como

$$\begin{aligned}\partial_q f(q) &\approx \frac{1}{2\lambda} [f(q + \lambda) - f(q - \lambda)] \\ &= \frac{1}{2\lambda} (\widehat{e^{ip\lambda}} - \widehat{e^{-ip\lambda}}) f(q) = \frac{i}{\lambda} \widehat{\sin(\lambda p)} f(q).\end{aligned}\quad (3)$$

Polimerización en teoría cuántica

- El operador de derivada se puede aproximar como

$$\begin{aligned}\partial_q f(q) &\approx \frac{1}{2\lambda} [f(q + \lambda) - f(q - \lambda)] \\ &= \frac{1}{2\lambda} (\widehat{e^{ip\lambda}} - \widehat{e^{-ip\lambda}}) f(q) = \frac{i}{\lambda} \widehat{\sin(\lambda p)} f(q).\end{aligned}\quad (3)$$

- La segunda derivada

$$\frac{1}{\lambda^2} [f(q + \lambda) - 2f(q) + f(q - \lambda)] = \frac{2}{\lambda^2} (\widehat{\cos \lambda p} - 1) f(q).\quad (4)$$

Polimerización en teoría cuántica

- El operador de derivada se puede aproximar como

$$\begin{aligned}\partial_q f(q) &\approx \frac{1}{2\lambda} [f(q + \lambda) - f(q - \lambda)] \\ &= \frac{1}{2\lambda} (\widehat{e^{ip\lambda}} - \widehat{e^{-ip\lambda}}) f(q) = \frac{i}{\lambda} \widehat{\sin(\lambda p)} f(q).\end{aligned}\quad (3)$$

- La segunda derivada

$$\frac{1}{\lambda^2} [f(q + \lambda) - 2f(q) + f(q - \lambda)] = \frac{2}{\lambda^2} (\widehat{\cos \lambda p} - 1) f(q).\quad (4)$$

- Esto corresponde a la aproximación

$$\hat{p} \longrightarrow \frac{1}{\lambda} \widehat{\sin(\lambda p)} \quad \text{y} \quad \hat{p}^2 \longrightarrow -\frac{2}{\lambda^2} (\widehat{\cos(\lambda p)} - 1),\quad (5)$$

- λ es un parámetro libre que representa el desplazamiento en esta aproximación.

Transformación polimérica en teoría clásica

- Esta aproximación en la teoría cuántica sugiere que podemos definir 'polimerización' de la teoría clásica. Consideramos una función $F(p, q)$ y definimos su transformación polimérica $\mathcal{P}[F]$

$$\mathcal{P}[F(q)] = F(q) \quad ; \quad \mathcal{P}[p] = \frac{1}{\lambda} \sin(\lambda p) \quad (6)$$

$$\mathcal{P}[p^2] = \frac{2}{\lambda^2} (1 - \cos(\lambda p)) \quad (7)$$

Transformación polimérica en teoría clásica

- Esta aproximación en la teoría cuántica sugiere que podemos definir 'polimerización' de la teoría clásica. Consideramos una función $F(p, q)$ y definimos su transformación polimérica $\mathcal{P}[F]$

$$\mathcal{P}[F(q)] = F(q) \quad ; \quad \mathcal{P}[p] = \frac{1}{\lambda} \sin(\lambda p) \quad (6)$$

$$\mathcal{P}[p^2] = \frac{2}{\lambda^2} (1 - \cos(\lambda p)) \quad (7)$$

- Teorías clásicas efectivas está definidas por la 'constricción efectiva'

$$\mathcal{C}_\lambda(q_1, \dots, q_{n-1}, \mathcal{P}[p_1], \mathcal{P}[p_2], \dots, \mathcal{P}[p_{n-1}], p_n) \approx 0. \quad (8)$$

Transformación polimérica en teoría clásica

- Esta aproximación en la teoría cuántica sugiere que podemos definir 'polimerización' de la teoría clásica. Consideramos una función $F(p, q)$ y definimos su transformación polimérica $\mathcal{P}[F]$

$$\mathcal{P}[F(q)] = F(q) \quad ; \quad \mathcal{P}[p] = \frac{1}{\lambda} \sin(\lambda p) \quad (6)$$

$$\mathcal{P}[p^2] = \frac{2}{\lambda^2} (1 - \cos(\lambda p)) \quad (7)$$

- Teorías clásicas efectivas está definidas por la 'constricción efectiva'

$$\mathcal{C}_\lambda(q_1, \dots, q_{n-1}, \mathcal{P}[p_1], \mathcal{P}[p_2], \dots, \mathcal{P}[p_{n-1}], p_n) \approx 0. \quad (8)$$

- Coordenadas p_i ahora son compactas, el Hamiltoniano y todas las observables son funciones periódicas de p_i .

Transformación polimérica en teoría clásica

- Esta aproximación en la teoría cuántica sugiere que podemos definir 'polimerización' de la teoría clásica. Consideramos una función $F(p, q)$ y definimos su transformación polimérica $\mathcal{P}[F]$

$$\mathcal{P}[F(q)] = F(q) \quad ; \quad \mathcal{P}[p] = \frac{1}{\lambda} \sin(\lambda p) \quad (6)$$

$$\mathcal{P}[p^2] = \frac{2}{\lambda^2} (1 - \cos(\lambda p)) \quad (7)$$

- Teorías clásicas efectivas está definidas por la 'constricción efectiva'

$$\mathcal{C}_\lambda(q_1, \dots, q_{n-1}, \mathcal{P}[p_1], \mathcal{P}[p_2], \dots, \mathcal{P}[p_{n-1}], p_n) \approx 0. \quad (8)$$

- Coordenadas p_i ahora son compactas, el Hamiltoniano y todas las observables son funciones periódicas de p_i .

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \mathcal{C}_\lambda = \mathcal{C}. \quad \left(\text{Navigation icons: back, forward, search, etc.} \right) \quad (9)$$

Convergencia

- Cada constricción define una subvariedad de espacio fase, $\bar{\Gamma}_\lambda \subset \Gamma$.
¿Cómo comparar configuraciones físicas en distintas escalas?
- Podemos usar observables para comparar estados físicos en distintas escalas. Necesitamos construir la familia de observables de Dirac en cada escala y analizar su comportamiento cuando $\lambda \rightarrow 0$.

Convergencia

- Cada constricción define una subvariedad de espacio fase, $\bar{\Gamma}_\lambda \subset \Gamma$.
¿Cómo comparar configuraciones físicas en distintas escalas?
- Podemos usar observables para comparar estados físicos en distintas escalas. Necesitamos construir la familia de observables de Dirac en cada escala y analizar su comportamiento cuando $\lambda \rightarrow 0$.
- Decimos que teorías efectivas convergen cuando $\lambda \rightarrow 0$ si existe una familia (completa) de observables de Dirac que converga en este límite.

Observables parciales y completas

- **Rovelli:** A cada pareja de funciones de espacio fase (**observables parciales**) se puede asociar una familia de observables de Dirac.

Observables parciales y completas

- **Rovelli:** A cada pareja de funciones de espacio fase (**observables parciales**) se puede asociar una familia de observables de Dirac.
- Construimos primero una función en espacio fase $T(q_i, p_i)$ que es una función monótona de t , parametro de evolución asociado a \mathcal{C} . Podemos elegir T como función que mide el 'tiempo' a lo largo de órbitas de 'gauge', generadas por la constricción.

Observables parciales y completas

- **Rovelli:** A cada pareja de funciones de espacio fase (**observables parciales**) se puede asociar una familia de observables de Dirac.
- Construimos primero una función en espacio fase $T(q_i, p_i)$ que es una función monótona de t , parametro de evolución asociado a \mathcal{C} . Podemos elegir T como función que mide el 'tiempo' a lo largo de órbitas de 'gauge', generadas por la constricción.
- Consideramos ahora otra función F y calculamos su valor cuando $T = t_0$, el resultado $F|_{t_0}$ va a ser una familia de observables de Dirac, $\{F|_{t_0}, \mathcal{C}\} = 0$.

Observables parciales y completas

- **Rovelli:** A cada pareja de funciones de espacio fase (**observables parciales**) se puede asociar una familia de observables de Dirac.
- Construimos primero una función en espacio fase $T(q_i, p_i)$ que es una función monótona de t , parametro de evolución asociado a \mathcal{C} . Podemos elegir T como función que mide el 'tiempo' a lo largo de órbitas de 'gauge', generadas por la constricción.
- Consideramos ahora otra función F y calculamos su valor cuando $T = t_0$, el resultado $F|_{t_0}$ va a ser una familia de observables de Dirac, $\{F|_{t_0}, \mathcal{C}\} = 0$.
- Definimos el flujo de una función suave de espacio fase generado por la restricción

$$\alpha_{\mathcal{C}}^t(F) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} \{\mathcal{C}, F\}_n \quad (10)$$

donde $\{\mathcal{C}, F\}_0 = F$ and $\{\mathcal{C}, F\}_{n+1} = \{\mathcal{C}, \{\mathcal{C}, F\}_n\}$.

$$F|_{t_0} \equiv \alpha_{\mathcal{C}}^t(F)|_{\alpha_{\mathcal{C}}^t(T)=t_0} \quad (11)$$

Ejemplo: SHO

- Espacio fase cinemático: $(q, p; \tau, \Pi_\tau)$
- Constricción

$$\mathcal{C} = \frac{p^2}{2m} + \frac{k}{2}q^2 + \Pi_\tau \approx 0.$$

Ejemplo: SHO

- Espacio fase cinemático: $(q, p; \tau, \Pi_\tau)$
- Constricción

$$C = \frac{p^2}{2m} + \frac{k}{2}q^2 + \Pi_\tau \approx 0.$$

- Elegimos p y τ como observables parciales. Su flujo es

$$\alpha_C^t(\tau) = \tau - t, \quad \alpha_C^t(p) = p \cos \omega t + \frac{k}{\omega} q \sin \omega t,$$

Ejemplo: SHO

- Espacio fase cinemático: $(q, p; \tau, \Pi_\tau)$
- Constricción

$$C = \frac{p^2}{2m} + \frac{k}{2}q^2 + \Pi_\tau \approx 0.$$

- Elegimos p y τ como observables parciales. Su flujo es

$$\alpha_C^t(\tau) = \tau - t, \quad \alpha_C^t(p) = p \cos \omega t + \frac{k}{\omega} q \sin \omega t,$$

$$\alpha_C^t(\tau) = \tau - t = \tau_0 \Rightarrow t = \tau - \tau_0$$

Ejemplo: SHO

- Espacio fase cinemático: $(q, p; \tau, \Pi_\tau)$
- Constricción

$$C = \frac{p^2}{2m} + \frac{k}{2}q^2 + \Pi_\tau \approx 0.$$

- Elegimos p y τ como observables parciales. Su flujo es

$$\alpha_C^t(\tau) = \tau - t, \quad \alpha_C^t(p) = p \cos \omega t + \frac{k}{\omega} q \sin \omega t,$$

$$\alpha_C^t(\tau) = \tau - t = \tau_0 \Rightarrow t = \tau - \tau_0$$

- Familia de las observables de Dirac

$$p|_{\tau_0} = p \cos(\omega(\tau - \tau_0)) + \frac{k}{\omega} q \sin(\omega(\tau - \tau_0)).$$

Ejemplo: SHO

- Espacio fase cinemático: $(q, p; \tau, \Pi_\tau)$
- Constricción

$$C = \frac{p^2}{2m} + \frac{k}{2}q^2 + \Pi_\tau \approx 0.$$

- Elegimos p y τ como observables parciales. Su flujo es

$$\alpha_C^t(\tau) = \tau - t, \quad \alpha_C^t(p) = p \cos \omega t + \frac{k}{\omega} q \sin \omega t,$$

$$\alpha_C^t(\tau) = \tau - t = \tau_0 \Rightarrow t = \tau - \tau_0$$

- Familia de las observables de Dirac

$$p|_{\tau_0} = p \cos(\omega(\tau - \tau_0)) + \frac{k}{\omega} q \sin(\omega(\tau - \tau_0)).$$

$$\{p|_{\tau_0}, C\} = 0$$

Índice de la presentación:

1 Formulación del problema

- Construcción de teorías efectivas
- Observables de Dirac

2 Observables en $k = 0$ FRW y teorías efectivas

- $k = 0$ FRW y teorías efectivas
- Elección del parámetro de evolución
- Observables de Dirac

$k = 0$ FRW y teorías efectivas

- Espacio fase: (V, β, ϕ, p_ϕ) , $\beta \in (-\infty, \infty)$, $V \geq 0$
- $V = \dot{V} a^3$, $\beta = \gamma \frac{\dot{a}}{a}$, $\{\beta, V\} = 4\pi G\gamma$

$k = 0$ FRW y teorías efectivas

- Espacio fase: (V, β, ϕ, p_ϕ) , $\beta \in (-\infty, \infty)$, $V \geq 0$
- $V = \dot{V} a^3$, $\beta = \gamma \frac{\dot{a}}{a}$, $\{\beta, V\} = 4\pi G\gamma$
- Restricción ($N = 1$):

$$\mathcal{C} = -\frac{3}{8\pi G\gamma^2} V\beta^2 + \frac{p_\phi^2}{2V} \quad (12)$$

$k = 0$ FRW y teorías efectivas

- Espacio fase: (V, β, ϕ, p_ϕ) , $\beta \in (-\infty, \infty)$, $V \geq 0$
- $V = \dot{V} a^3$, $\beta = \gamma \frac{\dot{a}}{a}$, $\{\beta, V\} = 4\pi G\gamma$
- Restricción ($N = 1$):

$$\mathcal{C} = -\frac{3}{8\pi G\gamma^2} V\beta^2 + \frac{p_\phi^2}{2V} \quad (12)$$

- Teorías efectivas

$$\mathcal{C}_\lambda = -\frac{3}{8\pi G\gamma^2} \frac{1}{\lambda^2} V \sin^2(\lambda\beta) + \frac{p_\phi^2}{2V} \quad (13)$$

Ahora, $\beta \in (-\frac{\pi}{2\lambda}, \frac{\pi}{2\lambda}]$ está compactificado.

τ como parametro de evolución

- En $k = 0$ FRW las soluciones no están definidas para $\tau = 0$, existen dos ramas (de expansión y contracción) correspondientes a signos de β :

$$V(\tau) = \kappa p_\phi \tau (\text{sgn} \beta)$$

τ como parametro de evolución

- En $k = 0$ FRW las soluciones no están definidas para $\tau = 0$, existen dos ramas (de expansión y contracción) correspondientes a signos de β :

$$V(\tau) = \kappa p_\phi \tau (\text{sgn} \beta)$$

- En teorías efectivas la solución es

$$V_\lambda(\tau) = \frac{\kappa}{3} p_\phi \sqrt{\gamma^2 \lambda^2 + 9\tau^2}$$

τ como parametro de evolución

- En $k = 0$ FRW las soluciones no están definidas para $\tau = 0$, existen dos ramas (de expansión y contracción) correspondientes a signos de β :

$$V(\tau) = \kappa p_\phi \tau (\text{sgn} \beta)$$

- En teorías efectivas la solución es

$$V_\lambda(\tau) = \frac{\kappa}{3} p_\phi \sqrt{\gamma^2 \lambda^2 + 9\tau^2}$$

- El rebote ocurre para $\tau = 0$, en este punto

$$V_\lambda(0) = \frac{\kappa}{3} p_\phi \gamma \lambda, \quad \dot{V}_\lambda(0) = 0, \quad \ddot{V}_\lambda(0) = \frac{3\kappa p_\phi}{\gamma \lambda}.$$

τ como parametro de evolución

- En $k = 0$ FRW las soluciones no están definidas para $\tau = 0$, existen dos ramas (de expansión y contracción) correspondientes a signos de β :

$$V(\tau) = \kappa p_\phi \tau (\text{sgn} \beta)$$

- En teorías efectivas la solución es

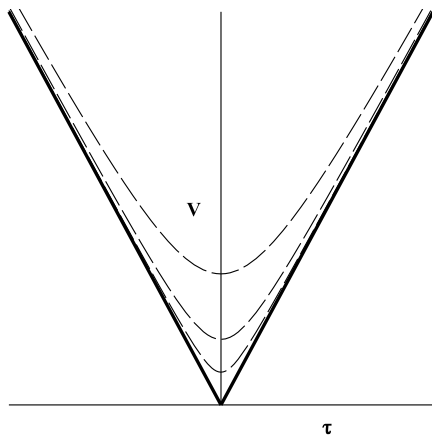
$$V_\lambda(\tau) = \frac{\kappa}{3} p_\phi \sqrt{\gamma^2 \lambda^2 + 9\tau^2}$$

- El rebote ocurre para $\tau = 0$, en este punto

$$V_\lambda(0) = \frac{\kappa}{3} p_\phi \gamma \lambda, \quad \dot{V}_\lambda(0) = 0, \quad \ddot{V}_\lambda(0) = \frac{3\kappa p_\phi}{\gamma \lambda}.$$

- Para cada p_ϕ , $V_\lambda(\tau)$ converge uniformemente cuando $\lambda \rightarrow 0$ a la rama de expansión de la teoría clásica, para $\tau > 0$ y a la rama de contracción para $\tau < 0$.

$V(\tau)$



ϕ como parámetro de evolución

- $\phi(\tau)$ es una función monótona y se puede usar como tiempo relacional
- En $k = 0$ FRW:

$$V(\phi) = V_0 e^{\kappa(\text{sgn}\beta)(\phi - \phi_0)}$$

ϕ como parámetro de evolución

- $\phi(\tau)$ es una función monótona y se puede usar como **tiempo relacional**
- En $k = 0$ FRW:

$$V(\phi) = V_0 e^{\kappa(\text{sgn}\beta)(\phi - \phi_0)}$$

- En teorías efectivas

$$V_\lambda(\phi) = V_+ e^{\kappa(\text{sgn}\beta)(\phi - \phi(\tau_0))} + V_- e^{-\kappa(\text{sgn}\beta)(\phi - \phi(\tau_0))}$$

- Resulta que $V_+ \rightarrow V_0$ y $V_- \rightarrow 0$ cuando $\lambda \rightarrow 0$.

ϕ como parámetro de evolución

- $\phi(\tau)$ es una función monótona y se puede usar como **tiempo relacional**
- En $k = 0$ FRW:

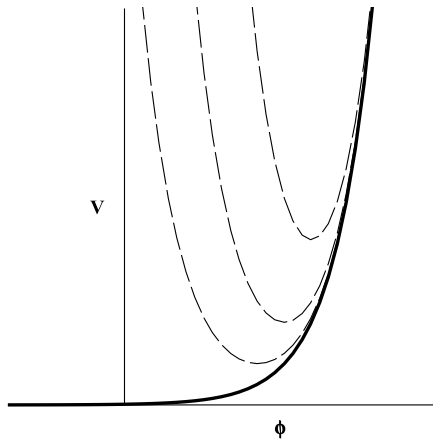
$$V(\phi) = V_0 e^{\kappa(\text{sgn}\beta)(\phi - \phi_0)}$$

- En teorías efectivas

$$V_\lambda(\phi) = V_+ e^{\kappa(\text{sgn}\beta)(\phi - \phi(\tau_0))} + V_- e^{-\kappa(\text{sgn}\beta)(\phi - \phi(\tau_0))}$$

- Resulta que $V_+ \rightarrow V_0$ y $V_- \rightarrow 0$ cuando $\lambda \rightarrow 0$.
- La convergencia de $V_\lambda(\phi)$ cuando $\lambda \rightarrow 0$ no es uniforme porque ϕ_λ , en el punto de rebote, tiende a $\mp\infty$.

$$V(\phi)$$



Elección del parámetro de evolución

- Podemos analizar la convergencia de teorías efectivas para cada elección del parámetro de evolución, pero en general la convergencia no es uniforme.

Elección del parámetro de evolución

- Podemos analizar la convergencia de teorías efectivas para cada elección del parámetro de evolución, pero en general la convergencia no es uniforme.
- El régimen de altas energías es especialmente importante y por esto debemos elegir el parámetro de evolución que lleva al mejor convergencia en el punto de rebote. En este caso esto es el **tiempo propio**.

Elección del parámetro de evolución

- Podemos analizar la convergencia de teorías efectivas para cada elección del parámetro de evolución, pero en general la convergencia no es uniforme.
- El régimen de altas energías es especialmente importante y por esto debemos elegir el parámetro de evolución que lleva al mejor convergencia en el punto de rebote. En este caso esto es el **tiempo propio**.
- En el límite $\lambda \rightarrow 0$ el rebote persiste, pero es singular, y la teoría que se obtiene en el límite está bien definida antes y después del rebote.

Observables de Dirac: $V|_{\phi_0}$

- Elegimos V y ϕ como dos observables parciales y vamos a construir una familia de las observables completas de Dirac, $V|_{\phi_0}$.

Observables de Dirac: $V|_{\phi_0}$

- Elegimos V y ϕ como dos observables parciales y vamos a construir una familia de las observables completas de Dirac, $V|_{\phi_0}$.
- Como el flujo de ϕ es

$$\alpha_{\tilde{C}}^t(\phi) = \phi - p_{\phi}t$$

ϕ parametriza bien las órbitas de norma

Observables de Dirac: $V|_{\phi_0}$

- Elegimos V y ϕ como dos observables parciales y vamos a construir una familia de las observables completas de Dirac, $V|_{\phi_0}$.

- Como el flujo de ϕ es

$$\alpha_{\tilde{C}}^t(\phi) = \phi - p_{\phi} t$$

ϕ parametriza bien las órbitas de norma

- En $k = 0$ FRW la familia de observables completas

$$V|_{\phi_0} = V e^{-\kappa(\text{sgn}\beta)(\phi - \phi_0)} .$$

- En teorías efectivas

$$V_{\lambda}|_{\phi_0} = V \left[\sinh(-\kappa(\text{sgn}\beta)(\phi - \phi_0)) \cos \lambda\beta + \cosh(\kappa(\text{sgn}\beta)(\phi - \phi_0)) \right]$$

Observables de Dirac: $V|_{\tau_0}$

- En la teoría clásica definimos

$$\tau = (\text{sgn}\beta)e^{\kappa(\text{sgn}\beta)\phi}$$

- La familia de observables de Dirac corespondientes es

$$V|_{\tau_0} = V \frac{\tau_0}{\tau}$$

Observables de Dirac: $V|_{\tau_0}$

- En la teoría clásica definimos

$$\tau = (\text{sgn}\beta)e^{\kappa(\text{sgn}\beta)\phi}$$

- La familia de observables de Dirac corespondientes es

$$V|_{\tau_0} = V \frac{\tau_0}{\tau}$$

- En la teoría efectiva se define

$$\tau_\lambda = \frac{\gamma\lambda}{3} \sinh(\kappa(\text{sgn}\beta)\phi + \ln \frac{3}{\gamma\lambda})$$

- Las observables de Dirac son

$$V_\lambda|_{(\tau_\lambda)_0} = \frac{1}{2} V \left[\left(z - \frac{1}{z} \right) \cos \lambda\beta + \left(z + \frac{1}{z} \right) \right]$$

donde $z = (3\tau_0 + \sqrt{\gamma^2\lambda^2 + 9\tau_0^2})(3\tau + \sqrt{\gamma^2\lambda^2 + 9\tau^2})^{-1}$.

Convergencia de observables de Dirac

Comparación con la teoría clásica

- En términos de campo escalar

$$V_\lambda|_\Phi - V|_\Phi = V_+ e^{-\kappa(\phi_0 - \Phi)(\text{sgn}\beta)} + V_- e^{\kappa(\phi_0 - \Phi)(\text{sgn}\beta)}$$

donde $V_{+,-} \rightarrow 0$ cuando $\lambda \rightarrow 0$, pero la convergencia no es uniforme, el punto de rebote en este límite corresponde a $\Phi \rightarrow (\text{sgn}\beta)\infty$.

Convergencia de observables de Dirac

Comparación con la teoría clásica

- En términos de campo escalar

$$V_\lambda|_\Phi - V|_\Phi = V_+ e^{-\kappa(\phi_0 - \Phi)(\text{sgn}\beta)} + V_- e^{\kappa(\phi_0 - \Phi)(\text{sgn}\beta)}$$

donde $V_{+,-} \rightarrow 0$ cuando $\lambda \rightarrow 0$, pero la convergencia no es uniforme, el punto de rebote en este límite corresponde a $\Phi \rightarrow (\text{sgn}\beta)\infty$.

- En términos de tiempo propio

$$V_\lambda|_{(\tau_0)_\lambda} - V|_{\tau_0} = \frac{\kappa}{3} p_\phi (\sqrt{9\tau_0^2 + \gamma^2 \lambda^2} - 3|\tau_0|)$$

En este caso la convergencia es uniforme.